

# Convergence de la méthode GMRES.

Bernard Philippe

On associe un préconditionnement fixé  $M$  d'un système linéaire  $Ax = b$  au *splitting*  $A = M - N$  de la matrice. Appliquer une itération du préconditionnement, revient à multiplier l'erreur par la matrice  $M^{-1}N$  (matrice de réduction d'erreur) que l'on espère avoir un rayon spectral inférieur à l'unité. On admet cependant que même lorsque ce rayon spectral est supérieur, mais que le nombre de valeurs propres hors du disque unité reste modéré, le préconditionnement est encore intéressant pour accélérer une méthode itérative. Nous illustrons ce point par un résultat théorique sur la méthode GMRES.

La deuxième partie de l'exposé étudie une situation où cette situation se manifeste. Elle correspond au préconditionnement formé d'une itération de Schwarz multiplicatif défini par une décomposition de domaine. La formulation explicite du préconditionnement et ses propriétés ont déjà été précisés dans des travaux précédents. On illustre ici la convergence avec GMRES sur quelques matrices de test. On constatera malgré tout que la discussion sur le rayon spectral et sur le nombre de valeurs propres extérieures au cercle unité est loin de tout expliquer. Comme cas particulier, nous étudierons le problème de la diffraction d'ondes sur un obstacle en domaine non borné. Le problème peut être résolu en définissant une frontière fictive qui borne le domaine de calcul. On peut alors écrire le problème comme un problème sur deux sous-domaines avec recouvrement. L'itération de Schwarz alterné (cas particulier de l'algorithme de Schwarz multiplicatif pour deux sous-domaines) peut donc être choisi comme préconditionnement de la méthode GMRES. On décrit comment la situation relative de la frontière fictive et de l'obstacle influe sur le rayon spectral de la matrice de réduction d'erreur.

L'étude du dernier problème, nous a été fournie par Nabil Gmati (LAM-SIN/ENIT, Tunis) et Jelassi Faten (MIP/UPS, Toulouse).